立足核心素养，培养创新意识

——以一道立体几何题的解题教学为例

泉州市奕聪中学 郑俊艺

（此文发表在《中国教工》2020.6）

【摘要】在新一轮的普通高中课程标准修订、教材修订及新高考背景下，课程标准修订组提出数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析六个高中数学核心素养。如何在课堂教学中发展学生核心素养就成了一个很重要的课题。本文拟以一道立体几何的问题探究中发展学生的数学抽象、逻辑推理、直观想象的数学核心素养。

【关键词】立体几何 核心素养 创新意识

在《普通高中数学课程标准》修订中明确提出中国学生在数学学习中应培养好数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析六大核心素养。在高中数学课程的不同板块、不同知识内容，对核心素养的考查不尽相同。甚至采用不同的方法解同一数学问题，对核心素养的要求也不一样。

其中“立体几何”板块侧重于“数学抽象、数学建模、、数学运算”，但向量法解“立体几何”则较侧重于“数学抽象、数学建模、数学运算”，几何法解“立体几何”则较倾向于“数学抽象、逻辑推理、直观想象”。

数学抽象是指舍去事物的一切物理属性，得到数学研究对象的思维过程。 从事物的具体背景中抽象出一般规律和结构，并且用数学符号或者数学术语予以表征。

数学建模是对现实问题进行数学抽象，用数学语言表达问题、用数学知识与方法构建模型解决问题的过程。

直观想象是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化，利用图形理解和解决数学问题的过程。

逻辑推理是指从一些事实和命题出发，依据逻辑规则推出一个命题的思维过程。而逻辑推理能力是一种以敏锐的思考分析、快捷的反应、迅速地掌握问题的核心，在最短时间内作出合理正确选择的能力。

为深化以能力立意、核心素养导向，对学生在“立体几何”创新意识的培养，下面以一道2019年龙岩市高三质量检测中立体几何试题为背景，结合若干探究问题，以几何法解该题，为解决该类问题提供参考。

**原题及答案详解：**

11.如图，已知正方体的棱长为4，是的中点，点在侧面内，若，则面积的最小值为（ ）



A. 8 B. 4 C.  D. 

【答案】D

【分析】建立坐标系，求出的轨迹，得出到**的最小距离，得出三角形的最小面积．

【详解】解：以**为坐标轴建立空间坐标系如图所示：

则，**，**，

设**，则，，

∵

∴

即**．

取**的中点**，连结**，则点轨迹为线段**

过**作**

则**．

又**

故**

∴的最小值为．

故选：．

该解法基于空间向量的思想，主要考查学生的数学抽象、数学建模和数学运算等数学核心素养。其中点坐标的假设是本题的关键，也是学生用向量法解决该题的难点。以下将在部分几何知识的铺垫下，借由几个探究问题，利用几何法解该题。

知识铺垫：在空间中，过直线外一点作已知直线的垂线有无数条，这些垂线都在已知直线的垂面上。

**探究1已知正方体中，过点作的垂直平面有几个？并指出平面。**

答：过空间中一点作已知直线的垂直平面有且仅有一个。平面

证明：假设过一点有至少两个平面，与已知直线垂直，则，

这与假设矛盾，故假设不成立，

∴过空间内一点有且只有一个平面与已知直线垂直．

**探究2已知正方体中，是的中点，试作出过点**作出的垂直平面，并指出该垂直平面分别与的交点。**

当分别为中点时，平面

简证：连接，易得

易证 平面

 从而 平面

 所以 

 由

 可得，

 而 

 易得，平面

 所以 

 因此 平面

**探究3已知正方体中，是靠近的三等分点，试作出过点**作出的垂直平面，并指出该垂直平面分别与的交点。**

**当分别为靠近点的三等分点时，平面**

同上，只要连接，易得

从而 平面

 亦由

易得，平面

同样，平面

**探究4已知正方体中，是上一点且，试作出过点**作出的垂直平面，并指出该垂直平面分别与的交点。**

当分别为上且使时，

平面

证明略，同上探究。

 以下提供“几何法”解该题：

该题利用探究2，可得：

平面

若

则平面

即

连接，因为



当时，的面积最小

又 在中，，

 

由等面积法，得：

∴的最小值为．

本文利用图形分析、描述图形中直线变化时，与直线垂直的平面变化规律，从而让学生打开解题思路。在直观想象核心素养的形成过程中，学生能够进一步发展几何直观和空间想象能力，增强运用图形和空间想象思考问题的意识，最短时间内作出合理正确的选择。从中感悟事物的本质，培养创新思维。

参考文献：1 章建跃 核心素养统领下的立体几何教材变革 《数学通报》2017年11期

2 陈敏.吴宝莹 数学核心素养的培养——从教学过程的维度，教育研究与评论[J].2015,04